

# Jegyzőkönyv

a

## fényhullámhossz és diszperzió méréséről (9)

Készítette: Tüzes Dániel

Mérés ideje: 2008-10-15, szerda 14-18 óra

Jegyzőkönyv elkészülte: 2008-10-22



## A mérés célja

A feladat egy gázkisülési cső (spektrállámpa) multikromatikus spektruma segítségével meghatározni egy prizma diszperzióját. A mérés során optikai rács segítségével határozzuk meg a gáz által kibocsátott fény hullámhosszait.

## Elvi alapok

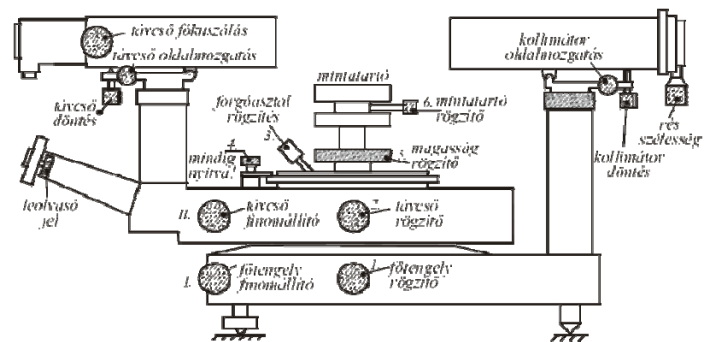
Az optikai rács egy olyan plán parallel lemez, melyen sötét és világos helyek ismétlődnek megadott szabály szerint, egyszerű esetben világos és sötét sávok egymástól állandó távolságra. A fény hullámtermészetéből adódóan, ha egy ilyen rácsra rávilágítunk és a rács mintázatának skálája összemérhető a fény hullámhosszával, akkor ez a hullámtermészet meg is nyilvánul. Egyszerű esetben, sötét és világos sávok váltakozásakor a megfelelő közelítésekkel olyan Fraunhofer-féle elhajlási képet kapunk, melyben a sötét helyek jól elválasztják a pontszerű, fényes helyeket. Az ernyőn keletkező fényes hely (intenzitásmaximum) rácsra merőleges egyenessel  $\alpha$  szöget zár be:  $k_{eZ} \cdot \lambda = d \sin \alpha$ , ahol  $d$  a rácson két sötét vonal egymástól vett távolsága,  $\lambda$  a fény hullámhossza. A rácsállandót ismerve meghatározhatjuk  $d$ -t, a szöget megmérve pedig a hullámhosszakat is megkapjuk.

Egy közeg törésmutatója függhet (és a gyakorlat azt mutatja, hogy függ is) a beérkező fény hullámhosszától, ezt nevezzük diszperciónak. Ha egy prizma törőszögét ismerjük, akkor a minimális eltérítési szögek függvényében lehetőség van megmondani az egyes hullámhosszokhoz tartozó törésmutató értékét. Különböző fényhullámhosszokra megmérve a törésmutatót, abból interpolációval következtethetünk más hullámhosszokra vonatkozó törésmutatóra is, ezáltal mint hullámhossz-mérő eszköz működhet a prizma.

## A mérési módszer ismertetése

- a spektrállámpa kibocsátott fényeinek hullámhosszmérése

A mérőeszköz vázlati képe jobbra található. Technikai okok miatt a spektrállámpa által kibocsátott fényt (látható tartományba eső elektromágneses sugárzást) vizsgáljuk csak. A forrásból jövő fényt egy optikai rendszer párhuzamosítja, majd az optikai rácsra vezeti, amelyből szóródó fényt egy másik optikai rendszer fókuszálja és nagyítja, lehetővé téve a bezárt szög ( $\alpha$ ) megmérését.



A mérési előkészülethez hozzátartozik a mintatartó helyes beállítása. Ennek során biztosítjuk, hogy a beérkező fénysugárral párhuzamos legyen az optikai rács talpára merőleges sík. A mérés első lépéseként az optikai rácsot a fénysugárra merőlegesen állítjuk be. Elméleti megfontolásokból tudhatjuk, a kimenő fénysugarak a beérkezőhöz képesti eltérülés szögének maximuma van, szimmetrikusan a jobb- és baloldalra. A tárgyasztal elforgatásával egyik irányba megkereshetjük az egyik, a másik irányba forgatásával a másik maximumot. A két maximum számtani közepén a rács merőleges lesz a beeső fénysugarakkal.

Megkeressük az elhajlás nélkül tovahaladó fénysugarat. Ez könnyen felismerhető fehéres színe és nagy intenzitása miatt. A mérőeszköz segítségével meghatározzuk az eltérés szögét, és örömmel nyugtázzuk, ha ez 0-nak adódik. Ezután egyik irányba indulva megkeressük az első maximumot az ibolyaszín irányából várva. Feljegyezzük a leolvasón látató értéket, és ezt megismételjük a spektrum többi színeire is, illetve a spektrum egyik színére több  $k$  mellett is. A mérést megismételjük a másik irányba is. Mérési adatainkból meghatározhatjuk a fény hullámhosszát, mert az  $R$  rácsállandó adott:  $\lambda = \sin \alpha / (Rk)$ .  $k=1$  esetben vizsgáljuk meg tehát a fentiek szerint a teljes látható spektrumot, továbbá egy színt több  $k$  értékre!

- prizma diszperziójának meghatározása

Ha ismerjük a prizma  $\varphi$  törőszögét, akkor a minimális  $\varepsilon$  eltérés szögének ismeretében meghatározhatjuk az adott hullámhosszhoz tartozó törésmutatót:  $n_\lambda = \sin\left(\frac{\varphi + \varepsilon_\lambda}{2}\right) / \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ .

A prizma törőszögének meghatározásához a prizmát (annak  $\bullet$  jelölésével a forrás felé) szemmel szembeállítottam a bejövő fénysugarakkal, majd a két irányba a törőlapokról teljes visszaverődést szenvedő fénysugarakhoz tartozó szöget leolvastam. Elméleti megfontolásokkal tudhatjuk, hogy a mért  $\beta_1$  és  $\beta_2$  szögekből a törőszög  $\varphi = \frac{360^\circ - \beta_1 + \beta_2}{2}$ .

Ezután már minden adat rendelkezésünkre áll a diszperzió meghatározásához. A prizmát úgy helyezve, hogy a megfelelő törőszögen haladjon át a fénysugár, megkeresve a prizmán áthaladó fénysugarak képét a távcsőben, az egyes színekhez tartozó szöget lejegyeztem.

## Mérési eredmények, hibaszámítás

- a spektrállámpa kibocsátott fényeinek hullámhosszmérése

Az egyes színekhez tartozó szögeket az alábbi táblázatban foglalom össze, először a jobbra mért, majd a balra mért szögeket (a periodicitást figyelembe véve), alattuk az átlagukkal:

	ibolya	lila	kék	türkiz	zöld	fűzöld	sárga	sárga	vörös
szög	346°11'35" 13°48'38"	345°5'48" 14°53'52"	343°58'42" 16°1'0"	343°32'22" 16°26'42"	342°32'38" 17°27'10"	341°12'22" 18°46'58"	340°6'16" 19°54'06"	340°01'22" 19°58'44"	337°39'58" 22°19'44"
átl.(°)	13,809	14,901	16,019	16,453	17,454	18,788	19,897	19,978	22,331
$\lambda$ (nm)	404,18	435,44	467,29	479,60	507,90	545,37	576,29	578,54	643,39

A megadott képlet alapján a színekhez fel is tüntettem a hullámhosszukat. A rácsállandó értéke 15000 vonal/inch.

A mérés során többször szem elől tévesztettem, hogy hányadik színt mérem, így visszaellenőrizve a korábbi értékeket, azokban a korábban mérttől eltérést tapasztaltam, melynek nagysága általában nem haladta meg a 40" -et. A hullámhosszat kifejező egyenlet infinitezimális megváltozásából a hullámhossz közelítő hibájára kapjuk, hogy  $\Delta\lambda = \frac{\Delta\alpha}{\tan \alpha} \lambda$ . Így a leolvasási pontosságból adódóan a hullámhossz hibája nem több mint  $\pm 0,4 \text{ nm}$ . Figyelembe veendő, hogy a rács a beérkező fényre nem pont merőleges.\*

Feladat volt továbbá a teljes elsőrendű spektrum vizsgálatán kívül egy szín további rendjeinek vizsgálata. Sajnálatos módon a további rendekben nehéz volt megállapítani, hogy az adott maximum milyen színű, de az első rend intenzitásából arra következtetni lehetett.

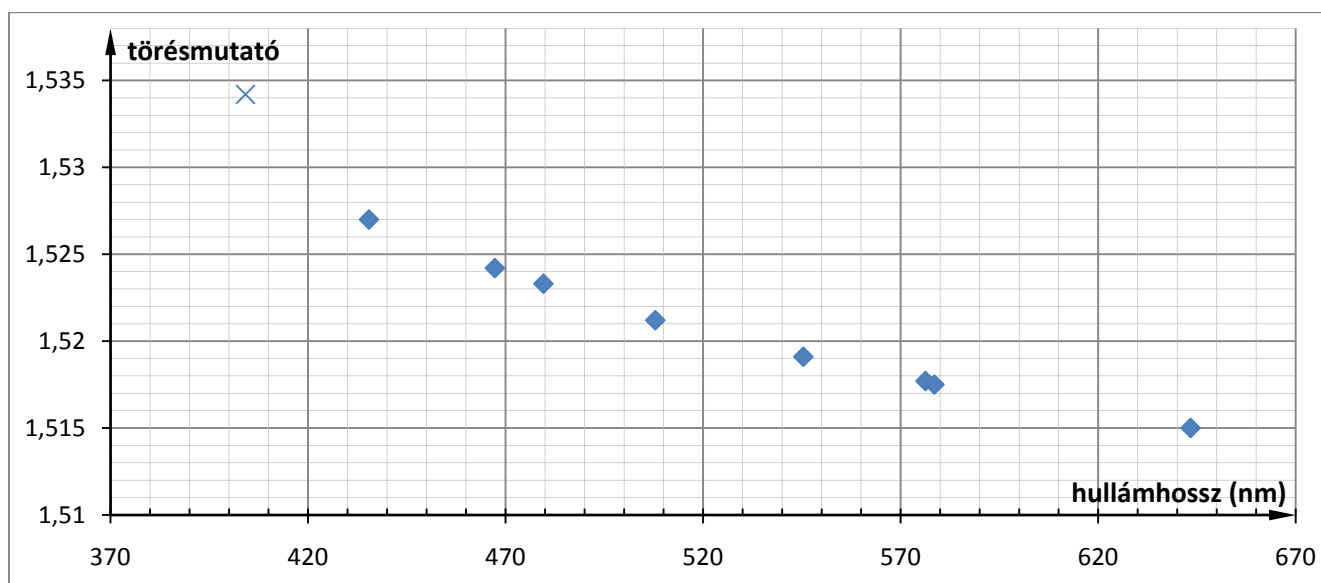
lila	k=1	k=2	k=3
szög	345°5'48", 14°53'52"	329°0'46", 30°54'20"	309°22'20", 50°20'36"
átlag(°)	14,901	30,946	50,858
hullámhossz (nm)	435,44	435,38	437,77

- prizma diszperziójának meghatározása

A mérés első lépéseként meghatároztam a fent részletezett módszerrel a törőszöget, melynek során mért  $\beta_1 = 307^\circ 37' 32''$  és  $\beta_2 = 67^\circ 18' 24''$  értékekből a prizma törőszöge  $59,84^\circ$ . Az egyes színekhez tartozó elhajlási szögeket az alábbi táblázatban foglalom össze:

	ibolya	lila	kék	türkiz	zöld	fűzöld	sárga	sárga	vörös
szög	40°01'12"	39°23'0"	39°8'8"	39°3'10"	38°53'20"	38°41'0"	38°33'40"	38°33'4"	38°19'44"
$n$	1,5342	1,5270	1,5242	1,5233	1,5212	1,5191	1,5177	1,5175	1,5150

A szög értékekből meghatározható a törésmutató a már ismertetett formula alapján. A kapott eredményeket grafikusán is ábrázoltam:



A grafikus ábrázolásból jól látható, hogy valószínűleg az első szög értékét hibásan olvastam le, mérési hibának tekinthető. Az egyes hullámhosszakhoz tartozó törésmutató hibáját a

$$\frac{\Delta n}{n} = \alpha \cdot \frac{1}{\tan \alpha} + \beta \cdot \frac{1}{\tan \beta}$$

összefüggésből határozhatjuk meg, ahol  $2\alpha = \varphi + \varepsilon$  és  $2\beta = \varphi$ . Becsléseim alapján

$$\Delta \varepsilon = 0,5' \text{ és } \Delta \varphi = 40'', \text{ így } \Delta n \approx 0,005.$$

\*: számoljuk ki az ebből adódó hibát! Legyen az eltérülés szöge  $\alpha_{j,b}$  a jobb és bal irányba, és zárjon be a feltételezett merőlegessel a rács  $\varepsilon$  szöget! Láthatjuk, hogy a megszokott(a mellékletben is tárgyalt) útkülönbségre adott kifejezés értékét korrigálni kell, konkrétan értéke egyik irányba való eltérüléskor  $k\lambda = d \sin(\alpha_j - \varepsilon) + d \sin \varepsilon$  és  $k\lambda = d \sin(\alpha_b + \varepsilon) + d \sin(-\varepsilon)$  a másik irányba vett eltérésekor. A két mennyiség összegére trigonometrikus azonosságot alkalmazva, és felhasználva, hogy az eltérések különbsége elhanyagolható  $\varepsilon$ -hoz képest, kapjuk, hogy  $d \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varepsilon = k\lambda$ , ezért  $\Delta\lambda = \frac{d \sin \alpha}{k} |\cos \varepsilon - 1|$ . Behelyettesítve a konkrét értékeket láthatjuk, hogy ebből a pontatlanságból származó hiba  $\Delta\lambda \approx 0,05nm$ , ami töredéke a szög leolvasási pontatlanságából adódó hibának.

## Feladat

Első átfedéshez az szükséges, hogy valamely  $k+1$  rendben a vörös szín „megelőzze” az ibolyát (és itt most nem politikáról van szó), vagyis  $\lambda_{vörös} k > \lambda_{ibolya} (k+1)$ , ebből kapjuk, hogy

$$k > \frac{\lambda_{ibolya}}{\lambda_{vörös} - \lambda_{ibolya}} \approx 1,7, \text{ vagyis a 2-ik rendbeli vöröst megelőzheti a 3-ik rendbeli ibolya. Ezzel analóg}$$

gondolatmenettel látható, hogy  $k > 4,2$  esetére kettős átfedés is lehetséges.

## Mellékletek

[1]: Havancsák Károly: Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2003.