

Jegyzőkönyv
a
hangfrekvenciás mechanikai rezgések
vizsgálatáról (3)

Készítette: Tüzes Dániel

Mérés ideje: 2008-11-19, szerda 14-18 óra

Jegyzőkönyv elkészülte: 2008-11-26

A mérés célja

A feladat két anyag Young modulusának és csillapítási tényezőjének meghatározása, melyet a minták sajátfrekvenciájából és rezonanciagörbéjéből számolunk ki. Feladat továbbá a rezgési modulusok, a felharmonikusok vizsgálata.

Elvi alapok

A mérés során két mintát fogunk kényszerrezgésre készíteni, különböző rezgési modulusok mellett. Ha ismerjük a minta geometriai adatait és ismerjük a tömegét, akkor az egyes rezgési modulusokhoz

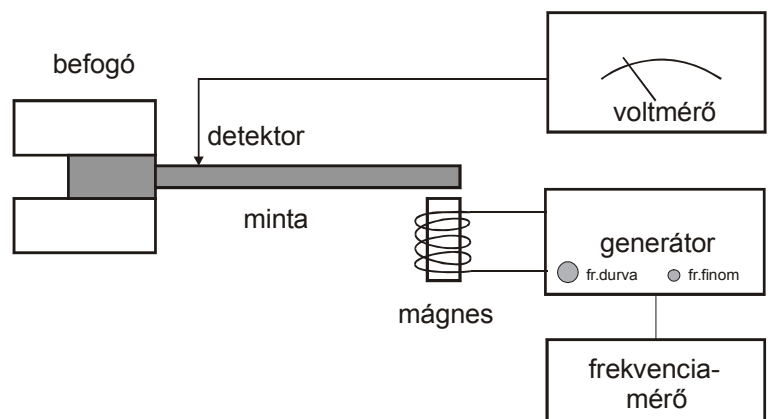
tartozó frekvenciákból kiszámítható a Young modulus: $\omega_i = \frac{k_i^2}{l^2} \sqrt{\frac{E I}{\rho q}}$, ahol ω_i az egyes rezgési

modulusokhoz tartozó sajátfrekvencia, l a minta szabadon rezgő hossza, E a Young modulus, I a másodrendű felületi nyomaték, q a minta keresztmetszetének felülete, k_i pedig egy szorzótényező, melynek értékeit elméleti levezetés útján kaphatjuk meg. Ennek segítségével nemcsak a különböző rezgési modulusokhoz tartozó sajátfrekvenciák mérésével határozhatjuk meg a Young modulusot, hanem adott rezgési modulus mellett hossz változtatásával kimérhetjük a sajátfrekvenciákat is, melyből szintén megadható E értéke.

A rezgési amplitúdó függ a gerjesztető kényszertől, annak nagyságától és frekvenciájától is. A rezonancia görbe mérésénél a minta amplitúdó függését mérjük ki a gerjesztő erő frekvenciájának függvényében, mikor a gerjesztő frekvenciája közel esik az egyik sajátfrekvenciához. A rezonanciagörbe félérték szélességéből meghatározhatjuk a csillapítási tényezőt: $\kappa = \pi \Delta f$, ahol Δf a félérték szélesség.

A mérési módszer ismertetése

A mérés során használt egyik minta egy téglatest, a másik egy olyan alapjában téglatest szerű test, melynek vége vastagított, hogy a befogást megkönnyítse, és ezáltal tisztábbak rezgések. A mérési elrendezés ismertetéséhez tekintsük a jobbra levő ábrát! A befogó fej egy jól illeszkedő satupofa, mely satu egy nagy fémtányérra van rögzítve, mely fémtányér alátámasztása gondosan kivitelezett, hogy az asztal rezgései ne terjedjenek tovább a mintára.



A minták fémből voltak, így adott a lehetőség egy elektromágneses elveken nyugvó gerjesztőre, mely rezgésbe hozza a mintánkat. Mérésünk során a mágneses teret fogjuk változtatni a minta szabad végénél. Megfontolandó, hogy a mintát akkor is rezgésre tudjuk készíteni ezzel a módszerrel, ha az nem kellőképp mágnesezhető. Ennek tárgyalását a melléklet műben találjuk. Ugyanígy tudhatjuk, hogy ezzel az elrendezéssel egy rezgési modulus kétszer állíthatunk elő, egyik esetben, mikor a generátor frekvenciája megegyezik a rezgési modulushoz tartozó sajátfrekvenciával, másik esetben mikor a generátor frekvenciája annak fele.

A kitérést a minta befogáshoz közeli részén vizsgáljuk, hogy a modulusól függetlenül mindig tapasztaljunk kitérést. Ezt a szempontot a rezgő téglatest befogástól távolabbi vége is teljesíti,

azonban a befogáshoz közeli vég esetén a detektor kevésbé torzítja a rezgést, az általa kifejtett állandó erő kisebb mértékben módosítja a lemezre ható harmonikus gerjesztő erőt. A detektor egy bakelit-lemez-lejátszóból kiszuperált olvasófej, melyben piezoelektromos kristály található. Ezt a mintára helyezve, a kristályon megjelenő feszültséget voltmérőre kötve mérhető a kitérések nagysága.

Első mérési feladatként állandó hossz mellett keressük meg a rezgési módusokhoz tartozó frekvenciáját a szélesített végű mintának. A generátor frekvenciáját változtatva keressünk lokális amplitúdó maximumokat. Minden talált gerjesztő frekvenciához – az elvi alapokban tárgyaltak szerint – tartozik egy másik is, melyek ugyanazt a rezgési modust állítják elő, és frekvenciáik aránya közel 2.

Második mérési feladatként az alap modus környezetében vizsgáljuk az amplitúdó frekvencia függését. Megkeresve az amplitúdó maximális értékét igyekszünk informatív amplitúdó-frekvencia párokat mérni, vagyis nagyjából azonos amplitúdó-változásonként jegyezzük le a frekvenciát.

Harmadik mérési feladatként a másik, nem bunkós végű minta esetében mértük az alap harmonikushoz tartozó frekvenciát változó hossz mellett. Azt, hogy valóban az alap harmonikust találtam meg azzal igazolom, hogy megmérem a következő rezgési modus frekvenciáját, és ha a két mért frekvencia aránya – az elvi alapokban található formulából következően – a releváns k szorzótényező aránya, akkor valóban az alap modust mértem ki.

Mérési eredmények, hibaszámítás

• a minták geometriai adatai

A mérés során a 14-es réz és A jelzésű – feltehetően – alumínium mintákat vizsgáltam. A mérés során az alábbi eredményeket kaptam:

| | | | | | | |
|-------------|----------------|-------|--------|-------|-------|-------|
| 14-es minta | vastagság (mm) | 3,01 | 3,02 | 3,05 | 3,05 | 3,06 |
| | szélesség (mm) | 15,11 | 15,06 | 15,00 | 14,93 | 14,87 |
| | hosszúság (mm) | 100,1 | 100,05 | - | - | - |
| A minta | vastagság (mm) | 2,02 | 2,04 | 2,03 | 2,02 | 2,00 |
| | szélesség (mm) | 15,05 | 15,06 | 15,05 | 15,05 | 15,06 |
| | hosszúság (mm) | 80,25 | 80,10 | 80,05 | 80,10 | 80,10 |

A tömegmérés során azt kaptam, hogy $m_{14} = 40,1771g$ illetve $m_A = 14,6436g$, valamint az A minta további adataiból $V_A = 5,572cm^3$. Ezekből meghatározható a minták sűrűségei: $\rho_A = (2628 \pm 3) kg / m^3$ és $\rho_{14} = (8822 \pm 9) kg / m^3$. A mérés hibáját a hossz mérés hibájából és az elméletileg fellépő tömegmérés hibájából számolhatjuk. A 14-es minta hosszúságmérésén kívül az adatokat a táblázatban csavarmikrométerrel mértem, ezáltal pontosságuk $\pm 0,005mm$, a 14-es minta hosszúságának hibája $\pm 0,025mm$.

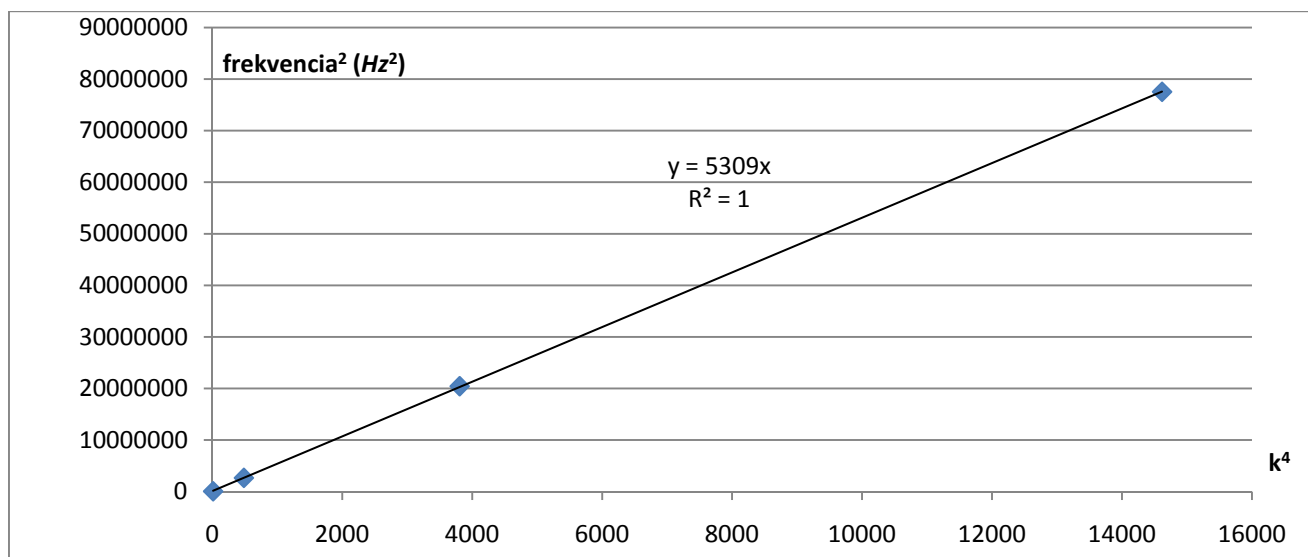
• adott hossz mellett különböző rezgési módusok frekvenciái

A szélesített végű A mintát rögzítve a pofák közé az alábbi gerjesztéseket kaptam:

| rezgési módus | feles gerjesztés (Hz) | egészes gerjesztés (Hz) | várt érték* (Hz) | eltérés |
|------------------|-----------------------|-------------------------|------------------|---------|
| alap modus | 127,36 | 254,52 | - | - |
| 1. felharmonikus | 798,92 | 1633,8 | 1595 | 2,4% |
| 2. felharmonikus | 2255,3 | 4521,5 | 4466 | 1,2% |
| 3. felharmonikus | 4394,7 | 8806,0 | 8836 | 0,3% |

*: az elvi alapokban tárgyaltak szerint, ha ismerjük az alap modushoz tartozó frekvenciát, akkor annak ismeretében az elméleti levezésből következő k értékek alapján kiszámolhatjuk a következő rezgési modus várt frekvenciáját.

Az eredményeket grafikonon is ábrázolom, vízszintes tengelyen a rezgési modust a k számmal jellemző mennyiség negyedik hatványát, a függőleges tengelyen a frekvencia második hatványát tüntetve fel.



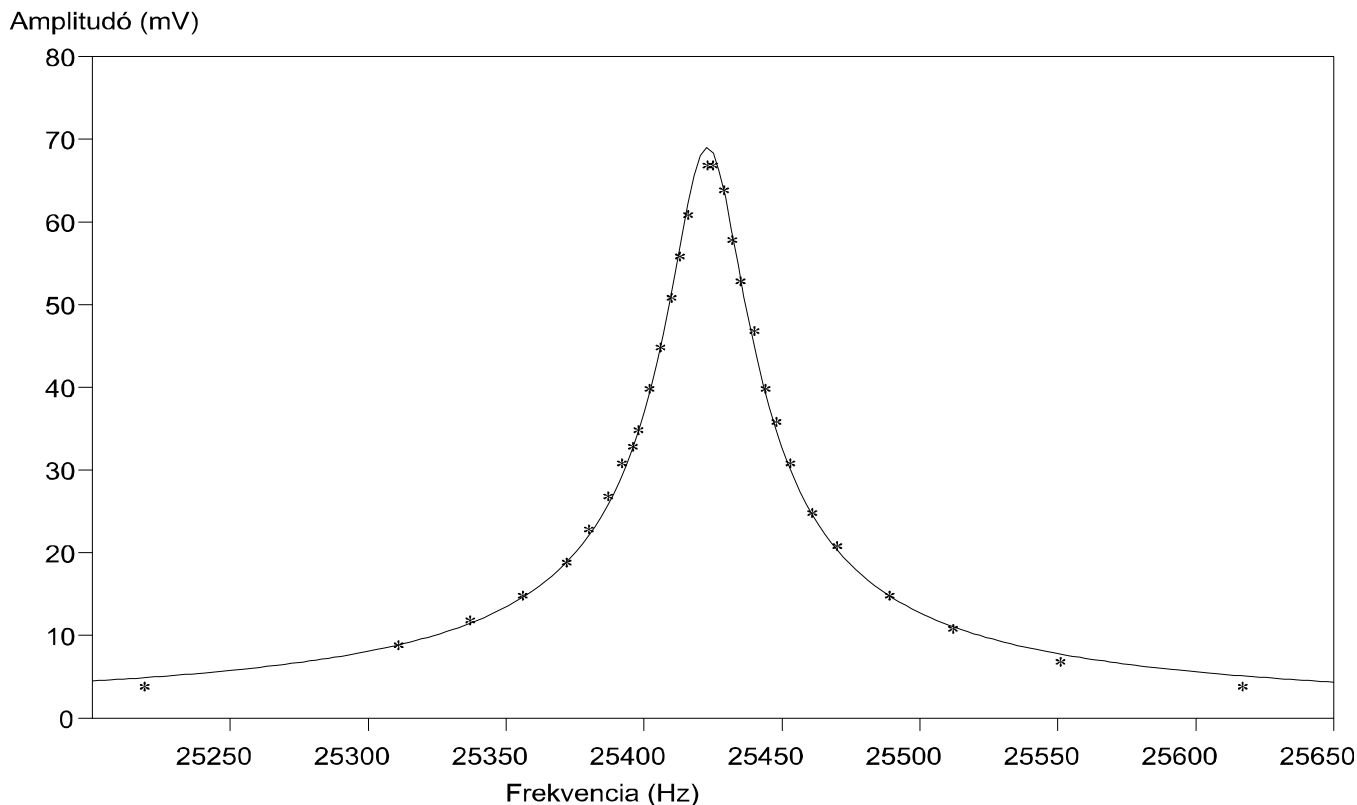
A mért eredményekből kiszámolható a minta Young modulusa. A kiszámolásához szükséges továbbá tudni a minta keresztmetszetét, ami $q = 30,4\text{mm}^2$, $I = \frac{ab^3}{12} = 10,4\text{mm}^4$, így a Young modulus értéke $E = (6,66 \pm 0,23) \cdot 10^{10} \text{N} / \text{m}^2$. A hiba nagyságát az egyenes illesztés hibájából, valamint a $\frac{\Delta E}{E_0} = 2 \frac{\Delta f}{f_0} + \frac{\Delta \rho}{\rho} + 4 \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta b}{b}$ felhasználásával kaphatjuk.

- rezonanciagörbe

Az A jelzésű minta amplitúdó(feszültség)- frekvenciafüggéseit az alábbi táblázat mutatja:

| feszültség (mV) | frekvencia (Hz) | feszültség (mV) | frekvencia (Hz) |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 67 | 254,23 | 67 | 254,25 |
| 61 | 254,16 | 64 | 254,29 |
| 56 | 254,13 | 58 | 254,32 |
| 51 | 254,10 | 53 | 254,35 |
| 45 | 254,06 | 40 | 254,44 |
| 40 | 254,02 | 47 | 254,40 |
| 35 | 253,98 | 36 | 254,48 |
| 33 | 253,96 | 31 | 254,53 |
| 31 | 253,92 | 25 | 254,61 |
| 27 | 253,87 | 21 | 254,7 |
| 23 | 253,80 | 15 | 245,89 |
| 19 | 253,72 | 11 | 255,12 |
| 15 | 253,56 | 7 | 255,51 |
| 12 | 253,37 | 4 | 256,17 |
| 9 | 253,11 | | |
| 4 | 252,19 | | |

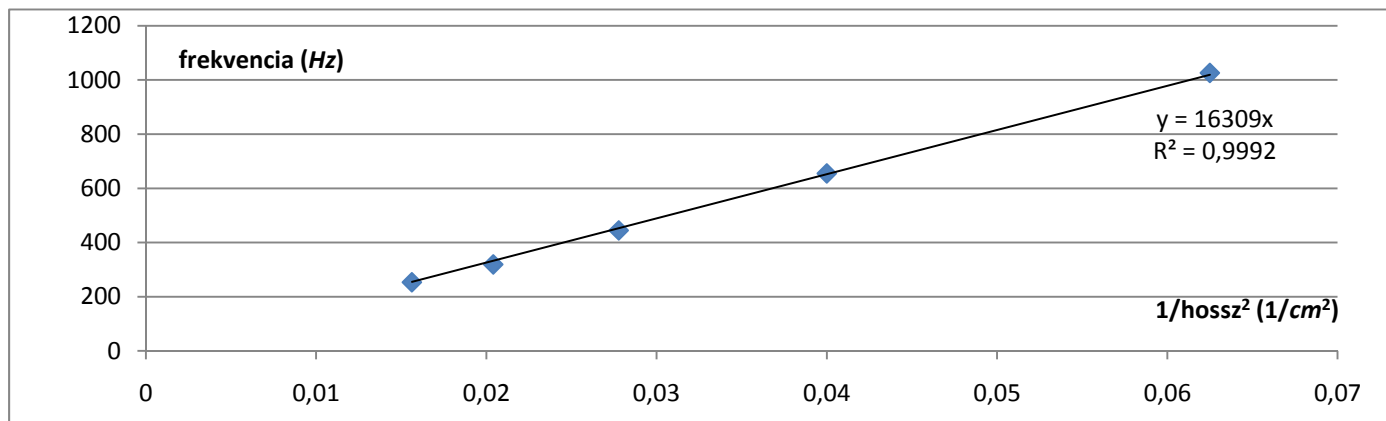
A mért eredményeket a méréshez mellékelt programmal kiértékeltem, azonban használati útmutató nélkül nem tudtam rávenni azt a helyes iterációra, így a mellékelt ábrára illesztett elméleti görbe szemmel illesztett. Továbbá nem tudtam tizedes tört értékeket megadni a frekvenciánál, így a mérték 100×-osát adtam meg. Az ábráról leolvasva kiszámolható a helyes görbe fél érték szélessége: $\Delta f = 0,29\text{Hz}$, ebből $\kappa = 0,91 \pm 0,07\text{Hz}$.



- **Változó hossz mellett az alap modus frekvenciái**

Ebben a részben a 14-es mintát vizsgáltam, különböző helyeken befogva mértem az alap modus frekvenciáját, mely eredményeket az alábbi táblázatban foglalom össze, és ábrázolom grafikusán:

| | | | | | |
|------------------|-------|--------|--------|--------|--------|
| hossz (cm): | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 |
| frekvencia (Hz): | 253,4 | 319,29 | 444,77 | 655,11 | 1026,0 |



7 cm értéknél megmértem a következő rezgési modus frekvenciáját, mely 1900,4 Hz-nek adódott, így a frekvenciák aránya közel 0,160, mely igen közel esik az elméletileg várt 0,168-hoz, továbbá az összes többi modus k -jainak négyzetaránya ennél nagyobb, vagyis valóban az alap modust mértük ki. A mérés alapján a Young modulus meghatározható, melynek értéke: $E = (10,33 \pm 0,4) \cdot 10^{10} \text{ N} / \text{m}^2$. A hiba nagyságát az előzővel analóg módon kaphatjuk.

Melléklet

Havancsák Károly: Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2003.

Érdekes videó: lemez sajátfrekvenciáinak szemléltetésére liszttel:

http://www.indavideo.hu/video/Erdekes_kiserlet