

Jegyzőkönyv  
a  
hangfrekvenciás mechanikai rezgések  
vizsgálatáról (2)

Készítette: Tüzes Dániel

Mérés ideje: 2008-11-19, szerda 14-18 óra

Jegyzőkönyv elkészülte: 2008-11-26



## A mérés célja

A feladat két anyag Young modulusának és csillapítási tényezőjének meghatározása, melyet a minták sajátfrekvenciájából és rezonanciagörbéjéből számolunk ki. Feladat továbbá a rezgési modulusok és a felharmonikusok vizsgálata.

## Elvi alapok

A mérés során két mintát fogunk kényszerrezgésre készíteni, különböző rezgési modulusok mellett. Ha ismerjük a minta geometriai adatait és ismerjük a tömegét, akkor az egyes rezgési modulusokhoz

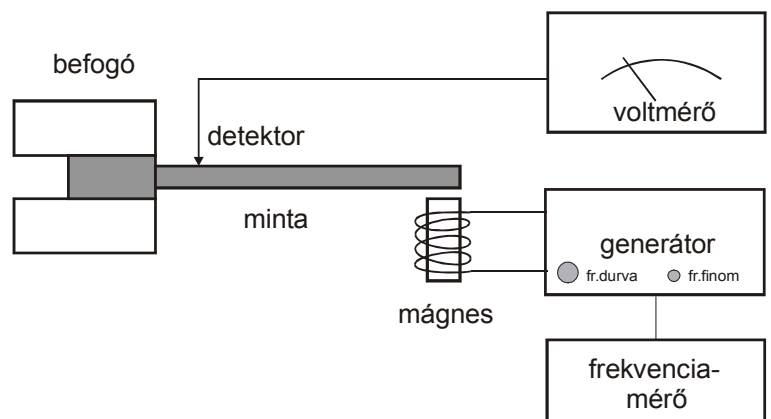
tartozó frekvenciákból kiszámítható a Young modulus:  $\omega_i = \frac{k_i^2}{l^2} \sqrt{\frac{E I}{\rho q}}$ , ahol  $\omega_i$  az egyes rezgési

modulusokhoz tartozó sajátfrekvencia,  $l$  a minta szabadon rezgő hossza,  $E$  a Young modulus,  $I$  a másodrendű felületi nyomaték,  $q$  a minta keresztmetszetének felülete,  $k_i$  pedig egy szorzótényező, melynek értékeit elméleti levezetés útján kaphatunk. Ennek segítségével nemcsak a különböző rezgési modulusokhoz tartozó sajátfrekvenciák mérésével meghatározhatjuk a Young modulusot, hanem adott rezgési modulus mellett hossz változtatásával kimérhetjük a sajátfrekvenciákat is, melyből szintén megadható  $E$  értéke.

A rezgési amplitúdó függ a gerjesztető kényszertől, annak nagyságától és frekvenciájától is. A rezonancia görbe mérésénél a minta amplitúdó függését mérjük ki a gerjesztő erő frekvenciájának függvényében, mikor a gerjesztő frekvenciája közel esik az egyik sajátfrekvenciához. A rezonanciagörbe félérték szélességéből meghatározhatjuk a csillapítási tényezőt:  $\kappa = \pi \Delta f$ , ahol  $\Delta f$  a félérték szélesség.

## A mérési módszer ismertetése

A mérés során használt egyik minta egy téglatest, a másik egy olyan alapjában téglatest szerű test, melynek vége vastagított, hogy a befogást megkönnyítse, és ezáltal tisztábbak rezgések. A mérési elrendezés ismertetéséhez tekintsük a jobbra levő ábrát! A befogó fej egy jól illeszkedő satupofa, mely satu egy nagy fémtányérra van rögzítve, mely fémtányér alátámasztása gondosan kivitelezett, hogy az asztal rezgései ne terjedjenek tovább a mintára. M



A minták fémből voltak, így adott a lehetőség egy elektromágneses elveken nyugvó gerjesztőre, mely rezgésbe hozza a mintánkat. Mérésünk során a mágneses teret fogjuk változtatni a minta szabad végénél. Megfontolandó, hogy a mintát akkor is rezgésre tudjuk készíteni ezzel a módszerrel, ha az nem kellőképp mágnesezhető. Ennek tárgyalását a melléklet műben találjuk. Ugyanígy tudhatjuk, hogy ezzel az elrendezéssel egy rezgési modulus kétszer állíthatunk elő, egyik esetben, mikor a generátor frekvenciája megegyezik a rezgési modulushoz tartozó sajátfrekvenciával, másik esetben mikor a generátor frekvenciája annak fele.

A kitérést a minta befogáshoz közeli részén vizsgáljuk, hogy a modulusól függetlenül mindig tapasztaljunk kitérést. Ezt a szempontot a rezgő téglatest befogástól távolabbi vége is teljesíti, azonban a befogáshoz közeli vég esetén a detektor kevésbé torzíja a rezgést, az általa kifejtett állandó erő kisebb mértékben módosítja a lemezre ható harmonikus gerjesztő erőt. A detektor egy bakelitmez-lejátszóból kiszuperált olvasófej, melyben piezoelektromos

kristály található. Ezt a mintára helyezve, a kristályon megjelenő feszültséget voltmérőre kötve mérhető a kitérések nagysága.

Első mérési feladatként állandó hossz mellett keressük meg a rezgési modulusokhoz tartozó frekvenciát. A generátor frekvenciáját változtatva keressünk lokális amplitúdó maximumokat. Minden talált frekvenciához – az elvi alapokban tárgyaltak szerint – tartozik egy másik is, melyek ugyanazt a rezgési modust állítják elő, és frekvenciáik aránya közel 2.

Második mérési feladatként az alap modulus környezetében vizsgáljuk az amplitúdó frekvencia függését. Megkeresve az amplitúdó maximális értékét igyekszünk informatív amplitúdó-frekvencia párokat mérni, vagyis nagyjából azonos amplitúdó-változásonként jegyezzük le a frekvenciát.

Harmadik mérési feladatként a másik, nem bunkós végű minta esetében mértük az alap harmonikusokhoz tartozó frekvenciát változó hossz mellett. Azt, hogy valóban az alap harmonikust találtam meg azzal igazolom, hogy megmértem a következő rezgési modulus frekvenciáját, és ha a két mért frekvencia aránya – az elvi alapokban található formulából következően – a releváns  $k$  szorzótényező aránya, akkor valóban az alap modust mértem ki.

## Mérési eredmények, hibaszámítás

- a minták geometriai adatai**

A mérés során a 14-es réz és  $A$  jelzésű – feltehetően – alumínium mintákat vizsgáltam. A mérés során az alábbi eredményeket kaptam:

14-es minta	vastagság (mm)	3,01	3,02	3,05	3,05	3,06
	szélesség (mm)	15,11	15,06	15,00	14,93	14,87
	hosszúság (mm)	100,1	100,05	-	-	-
$A$ minta	vastagság (mm)	2,02	2,04	2,03	2,02	2,00
	szélesség (mm)	15,05	15,06	15,05	15,05	15,06
	hosszúság (mm)	82,5	81,0	80,5	81,0	81,0

A tömegmérés során azt kaptam, hogy  $m_{14} = 40,1771g$  illetve  $m_A = 14,6436g$ , valamint az  $A$  minta további adataiból  $V_A = 5,572cm^3$ . Ezekből meghatározható a minták sűrűségei:  $\rho_A = (2628 \pm 5) kg / m^3$  és  $\rho_{14} = (8822 \pm 5) kg / m^3$ . A mérés hibáját a hossz mérés hibájából és az elméletileg fellépő tömegmérés hibájából számolhatjuk. A 14-es minta hosszúságmérésén kívül az adatokat a táblázatban csavarmikrométerrel mértem, ezáltal pontosságuk  $\pm 0,005mm$ , a 14-es minta hosszúságának hibája  $\pm 0,025mm$ .

- adott hossz mellett különböző rezgési modulusok frekvenciái**

A szélesített végű  $A$  mintát rögzítve a pofák közé az alábbi gerjesztéseket kaptam:

rezgési módus	feles gerjesztés (Hz)	egészes gerjesztés (Hz)	várt érték* (Hz)	eltérés
alap modulus	127,36	254,52	-	-
1. felharmonikus	798,92	1633,8	1595	2,4%
2. felharmonikus	2255,3	4521,5	4466	1,2%
3. felharmonikus	4394,7	8806,0	8836	0,3%

\*: az elvi alapokban tárgyaltak szerint, ha ismerjük az alap modulusokhoz tartozó frekvenciát, akkor annak ismeretében az elméleti levezésből következő  $k$  értékek alapján kiszámolhatjuk a következő rezgési modulus várt frekvenciáját.

- rezonanciagörbe**

A szélesített végű,  $A$  jelzésű minta amplitúdó-frekvenciafüggéseit az alábbi táblázat mutatja:

feszültség ( <i>mV</i> )	frekvencia ( <i>Hz</i> )	feszültség ( <i>mV</i> )	frekvencia ( <i>Hz</i> )
67	254,23	67	254,25
61	254,16	64	254,29
56	254,13	58	254,32
51	254,10	53	254,35
45	254,06	40	254,44
40	254,02	47	254,40
35	253,98	36	254,48
33	253,96	31	254,53
31	253,92	25	254,61
27	253,87	21	254,7
23	253,80	15	245,89
19	253,72	11	255,12
15	253,56	7	255,51
12	253,37	4	256,17
9	253,11		
4	252,19		

korrelációs együttható értéke csaknem 1, ezzel igazoltuk a Steiner tételt. A mérés során az egyes tárcsák tömegeinek értékei 196,3106*g* és 194,6501*g* voltak. A tárcsák átmérői 45,00*mm* volt mindkét esetben, mely értékeket a tolómérővel mértem, így hibájuk  $\pm 0,03\text{mm}$ . A fémhuzal hossza  $592 \pm 1\text{mm}$  volt (*mm* léptékű mérőszalaggal mérve), vastagsága pedig 3 helyen mérve csavarmikrométerrel 0,51*mm* -nek adódott. A mért eredmények alapján a torzió modulus értéke  $G = 8,79 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$ . A mérés hibáját számolhatjuk az egyenes-illesztés hibájából ami  $\Delta a = 0,5\%$ . Legnagyobb hibát azonban láthatóan a torziós szál vastagsága jelenti, mert a csavarmikrométer pontossága  $\pm 0,01\text{mm}$ , így  $\Delta d = 1,96\%$ . Mivel ez  $G$  képletében 4-ik hatványon van, az okozott hiba egy mérésnél közel 8%-os, e mellett szemmel láthatóan eltörpül a tömegmérés és a szál hosszának hibája. Vagyis a torzió modulus értéke  $G = (8,7 \pm 0,7) \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$ . A többszöri mérés csökkentheti valamelyest a hiba mértékét, azonban a szórás mértéke egybevetethető a csavarmikrométer pontosságával, így nem érvényes az általános képlet, mely szerint a mérések számának növelésével a hiba mértéke gyökösen csökkenthető.

Az 5-ik helyzetben 3 további, kisebb kitérésre is elvégeztem a periódusidő mérést, ennek értéke 80,845*s*, 80,703*s* és 80,646*s* volt.

## Melléklet

Havancsák Károly: Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2003.