

## Modern Fizika Labor

### Fizika BSC

A mérés dátuma: 2009.04.27.	A mérés száma és címe: 12, Folyadékáramlás 2D-ben, Kármán örvényút	Értékelés:
A beadás dátuma:	A mérést végezte: Meszéna Balázs, Tüzes Dániel	

## Mérés célja

A hidrodinamika egyenletei meglepő sokszínűséget biztosítanak a megvalósuló áramlásokra, ezért tárgyalhatóságuk egyszerűsítéséért megszorításokat alkalmazunk. Egyik ilyen, hogy az áramlást 2D-ban vizsgáljuk, vagyis létezik olyan sík, melyben a folyadék részecskék sebessége sík irányú. Ha a folyadékról feltesszük, hogy összenyomhatatlan, izotróp hőmérsékletű, még mindig olyan sokféle és összetett megoldásokat látunk, melyek pontos leírása ma is munkát adnak a kutatóknak. A labor során az egyik érdekes megvalósuló áramlást, a Kármán örvényút mozgását tanulmányozzuk.

Megjegyzés: habár a hidrodinamika elnevezés folyadékok vizsgálatára enged következtetni, ez a szakterület már régen túllépett ezen, és éppúgy tárgyalja a légnemű anyagok áramlását is.

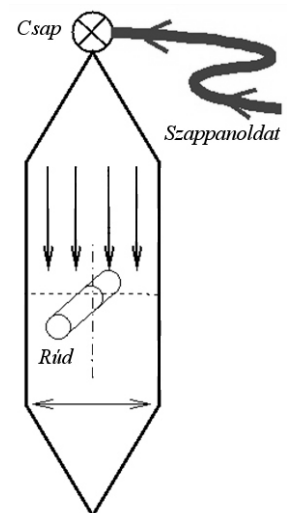
A Navier-Stokes egyenlet dimenziótlánításából eljutunk az áramlások hasonlóságának fogalmához, mely megadja, hogy két elrendezés mellett – ha ismerjük a peremfeltételeket megadó környezet jellemző méreteit, a közeg jellemző sebességét, sűrűségét és viszkozitását –, mikor lesz a két megvalósuló áramlási kép egymáshoz hasonló. Meglepő, hogy a hasonlóság megvalósításához nem szükséges ugyanazt a halmazállapotú közeget használnunk. Eképp lehetőség van például a Föld légkörének a tanulmányozására a laboratóriumon belül is, ahol szappanhártyákkal modellezzük azt, a paraméterek megfelelő beállításával.

Tehát éppoly fontosságú lehet a szappanhártyák viselkedésének a vizsgálata, mint közvetlenül a Föld légköréé. A kivitelezhetőségért így a laborban előbbivel fogunk foglalkozni, azon belül is az említett Kármán örvényúttal. A jelenség bemutatása és a kapcsolódó elméleti leírások megtalálhatók a [http://arpad.elte.hu/~bene/hidro/eloadas/7\\_eloadas/7\\_eloadas.html](http://arpad.elte.hu/~bene/hidro/eloadas/7_eloadas/7_eloadas.html) oldalon. Ugyanitt további ábrákat, videókat és fényképeket is találhatunk.



## Mérési leírás

A mérési elrendezéshez tekintsük az ábrát! Két, közös kezdő és végpontú damil szál között szappanhártyát feszítünk ki. A hártyát függőleges helyzetben tartva, felülről, a közös kezdőpontnál folyamatosan, közel állandó sebességgel adagoljuk a szappanoldatot, mely lehetővé teszi a szappanhártya élet-tartamának a kinyújtását. Egy vizsgált szakaszon a két damil szálát pontosan függőleges helyzetbe hozzuk, a köztük lévő távolságot rögzítjük. A szappanhártyába kör keresztmetszetű, különböző átmérőjű testeket teszünk 1-1 mérés során. Jó közelítéssel mondhatjuk, hogy a vizsgált tartományban (ahol a két damil szál párhuzamos) a szappanhártya sebessége közel állandó, ezért lehetőségünk lesz megfigyelni a tárgy mögött kialakuló örvényeket. Az örvényeket az itt nem részletezett vékonyréteg-interferencia jelenséggel tesszük láthatóvá, a monokromatikus fényforrásként egy nátrium spektrállámpa szolgált.



A mérés során segítségünkre lesz egy nagysebességű videokamera, mellyel az egyes időpillanatokot kimerevíthetjük.

## Mérési eredmények

Az egész mérés során igyekeztünk a két damil párhuzamos részének a távolságát – az ún. csatornaszélességet – 4,5cm körül tartani. A kamera 1000 kép/másodperc sebességgel rögzítette az eseményeket, beállított képaránya 2:1 volt. A kamerával készült mérési eredményekben a távolságot képpontban kaptuk meg, melyből cm-t úgy kaptunk, hogy lefényképeztünk egy vonalzót, ezzel kalibrálva a berendezést.

A mérés során 4 különböző átmérőjű kör keresztmetszetű akadályt tettünk a szappanhártya útjába. Mértük a szappanhártyán a leváló örvények sebességét és a kialakult örvényút frekvenciáját, vagyis az egységnyi időre jutó kialakult örvények számát.

- **Örvények sebessége**

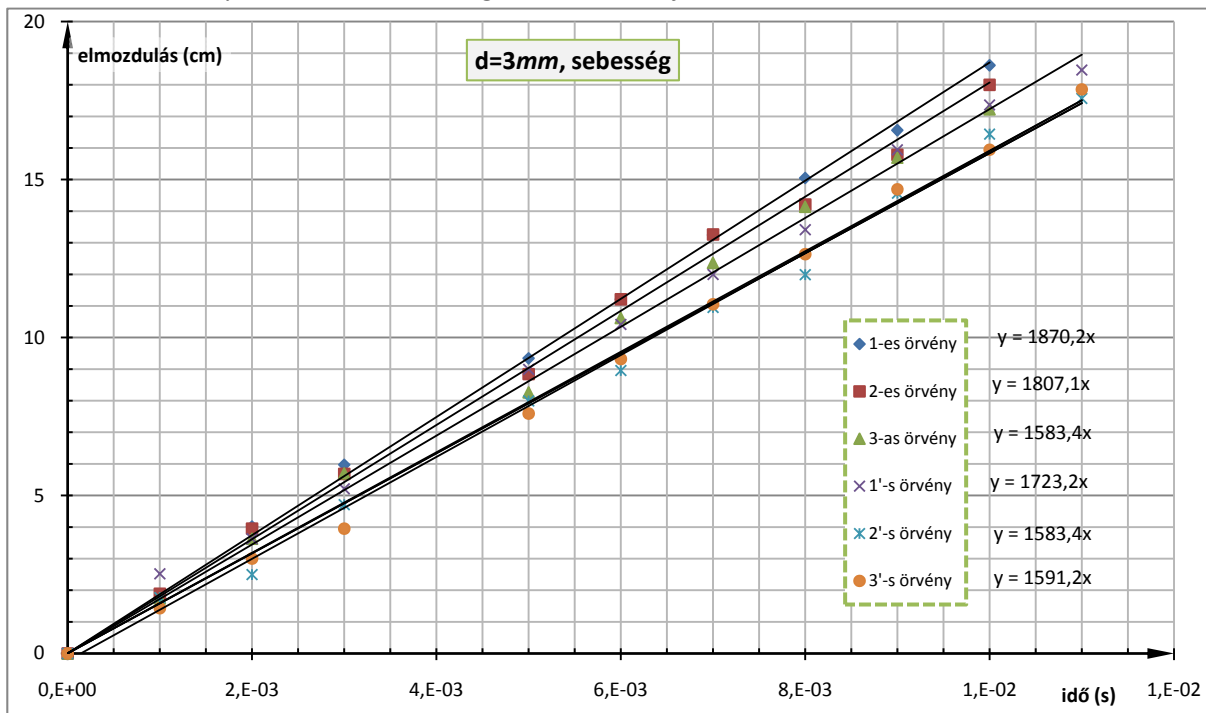
A felvételen kijelölve és nyomon követve néhány jellegzetes hely (pl örvényközéppontok) mozgását, abból meghatározható az örvények sebessége. Adott keresztmetszetenél 2 független mérést, egy mérés során 2-3 örvény mozgását követtük. Azért nem többet és többször, mert nehézkes volt a megfelelő örvények megtalálása, idő hiányában pedig csak ennyire futotta.

A 3mm-es átmérőjű akadállyal végzett mérés során kapott adatokat feldolgozása után az alábbi táblázatban foglaljuk össze:

idő (s)	1-es örvény koordinátái			2-es örvény koordinátái			3-es örvény koordinátái			3mm-es akadály, 1. mérés
	x (cm)	y (cm)	\Delta r  (cm)	x (cm)	y (cm)	\Delta r  (cm)	x (cm)	y (cm)	\Delta r  (cm)	
0	23,52	1,421	0	15,47	-0,4736	0	6,788	0	0	
0,001	21,79	1,105	1,733627	13,58	-0,4736	1,747104	5,052	0,1579	1,365367	
0,002	19,58	0,6315	3,96927	11,52	-0,3157	3,560258	3,157	-0,1579	3,082656	
0,003	17,68	0,1579	5,912635	9,788	-0,4736	5,18504	1,105	-0,4736	4,87272	
0,005	14,37	-0,4736	9,219561	6,63	-0,3157	7,871413	-1,421	-0,9472	7,028598	
0,006	12,47	-0,4736	10,96419	4,262	-0,3157	9,856081	-3,789	-0,9472	8,542786	
0,007	10,58	-1,421	13,07621	2,21	-0,4736	11,59514	-5,525	-1,105	9,605722	
0,008	8,683	-1,105	14,65643	1,263	-0,3157	12,2217	-7,262	-1,579	10,77894	
0,009	7,104	-0,7893	15,90174	-0,3157	-0,4736	13,4876	-8,841	-1,421	11,09513	
0,01	5,052	-0,9472	17,74662	-2,526	-0,3157	14,84942	-1 0,42	-0,7893	10,68726	

idő (s)	1'-es örvény koordinátái			2'-es örvény koordinátái			3'-es örvény koordinátái			3mm-es akadály, 2. vesszős mérés
	x (cm)	y (cm)	\Delta r  (cm)	x (cm)	y (cm)	\Delta r  (cm)	x (cm)	y (cm)	\Delta r  (cm)	
0	19,73	3,315	0	11,84	0,6315	0	3,473	-0,4736	0	
0,001	17,21	3,631	1,986278	10,26	-0,1579	1,754702	2,052	-0,3157	0,973494	
0,002	16,1	3,473	3,005519	9,472	-0,1579	2,411104	0,4736	-0,3157	2,131558	
0,003	14,52	2,999	4,585918	7,262	-0,4736	4,406491	-0,4736	-0,6315	3,029892	
0,005	10,74	1,579	8,507879	3,947	-0,6315	7,140699	-4,105	-0,9472	5,720465	
0,006	9,314	1,421	9,759237	2,999	-0,7893	7,973279	-5,841	-0,7893	6,668175	
0,007	7,736	1,105	11,2132	0,9472	-0,4736	9,303225	-7,578	-0,4736	7,390227	
0,008	6,315	1,737	11,9341	0	-1,263	10,53426	-9,156	-0,9472	8,61034	
0,009	3,789	1,263	14,15924	-2,684	-0,4736	11,84166	-11,21	-0,9472	9,550276	
0,01	2,368	0,9472	15,4209	-4,578	-0,1579	12,80941	-12,47	-0,6315	9,752213	
0,011	1,263	0,9472	16,21789	-5,683	-0,6315	13,85443	-14,37	-1,105	10,81704	

A mérési eredményeket az alábbi közös grafikonon ábrázolja:



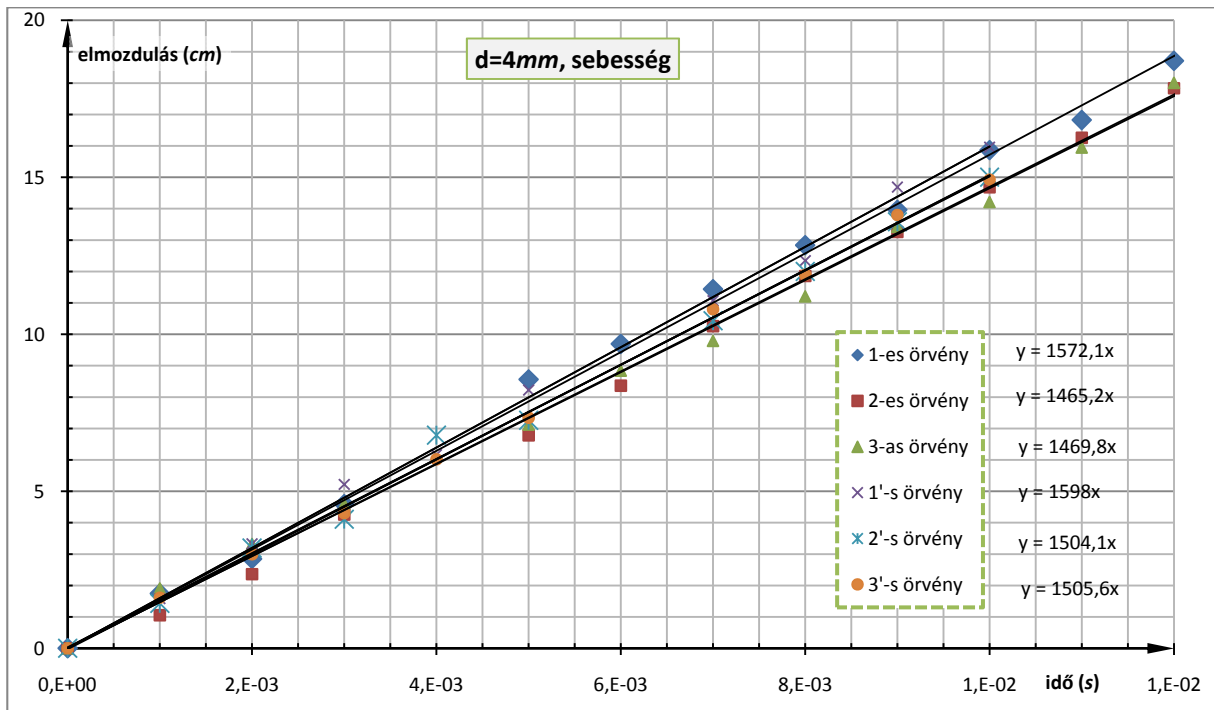
A mérési eredmények jó közelítéssel egy egyenesre esnek. Az eltérést az okozhatja, hogy nem volt állandó a szappanhártya sebessége, mind időben (a vesszősök és vesszőtlenek közti különbség, a vesszős később készült), mind pedig térben (különböző sorszámú örvények a képernyő különböző helyén voltak). Előbbinek okozója, hogy a szappanoldat adagolója egy üveg alján lévő kifolyó, a kifolyt oldat miatt a nyomás és így a szappanoldat sebessége csökken, utóbbit pedig a damilszálak nem pont párhuzamos elrendezése okozhatja, ugyanis ha lefele kicsit szélesedik, akkor lentebb lassabban folyik a szappanhártya, ha feltételezzük az állandó szappanhártyavastagságot.

A mérésről leolvashatjuk, hogy a szappanhártya sebessége  $\langle v_{3mm} \rangle = (1,69 \pm 1,3) m / s$ , ahol a hibát az átlagsebességek szórásából számoltuk.

Hasonlóképp megmértük a 4, 5 illetve 2,5mm átmérőjű akadály során az örvények sebességét, melyet rendre az alábbi táblázatok és grafikonok mutatnak.

idő (s)	1-es örvény koordinátái			2-es örvény koordinátái			3-es örvény koordinátái		
	x (cm)	y (cm)	\Delta r  (cm)	x (cm)	y (cm)	\Delta r  (cm)	x (cm)	y (cm)	\Delta r  (cm)
0	9,314	-3,631	0	21,94	0,3157	0	-0,6315	2,999	0
0,001	7,578	-3,789	1,743175	21	-0,1579	1,052567	-2,526	3,157	1,901077
0,002	6,473	-3,789	2,84539	19,58	0,3157	2,36	-3,947	2,842	3,319215
0,003	4,736	-3,947	4,588893	17,68	0,3157	4,26	-5,21	2,684	4,589323
0,005	0,7893	-4,42	8,561135	15,16	0,3157	6,78	-7,736	3,473	7,120295
0,006	-0,3157	-4,736	9,692892	13,58	0,1579	8,361489	-9,472	2,999	8,8405
0,007	-2,052	-4,894	11,43596	11,68	0,3157	10,26	-10,42	3,157	9,789775
0,008	-3,473	-4,736	12,83466	10,1	-0,3157	11,85682	-11,84	2,999	11,2085
0,009	-4,578	-5,052	13,96449	8,683	0,1579	13,25794	-14,05	3,315	13,42222
0,01	-6,473	-5,21	15,86577	7,262	0	14,68139	-14,84	3,315	14,21201
0,011	-7,42	-5,368	16,82391	5,683	0,4736	16,25777	-16,58	3,157	15,94928
0,012	-9,314	-5,368	18,70881	4,105	0,4736	17,8357	-18,63	3,631	18,00959
0,013	-10,89	-5,368	20,27853	2,842	0,4736	19,09865	-20,37	3,157	19,73913

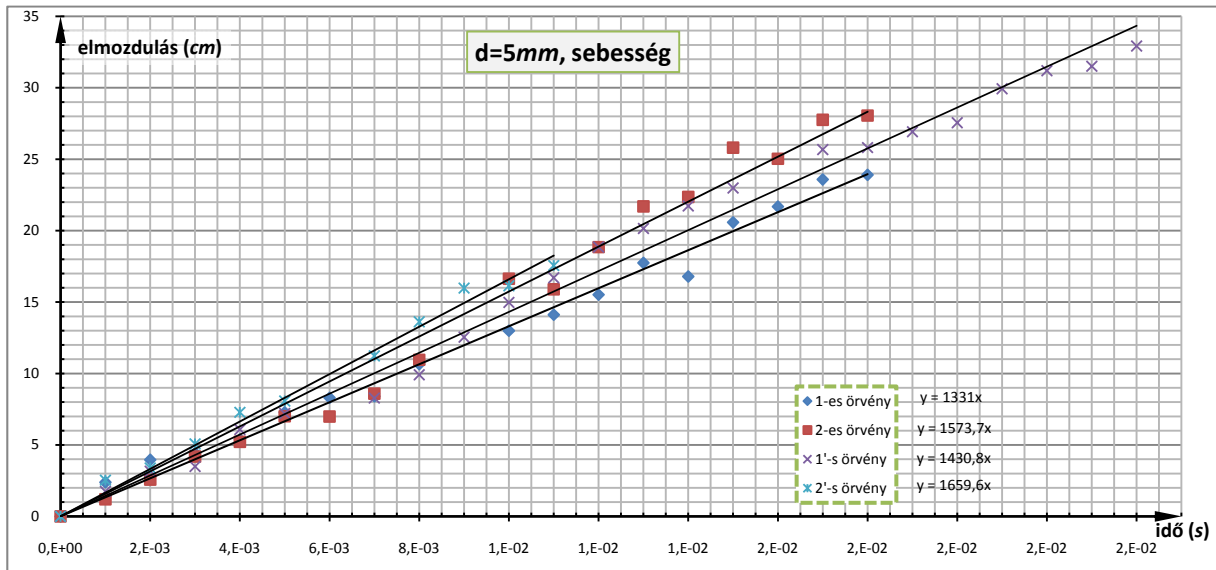
4mm-es akadály, 1. mérés



Az illesztett egyenesekből az örvényút sebessége:  $\langle v_{4mm} \rangle = (1,52 \pm 0,05) m / s$ .

5mm-es akadály, 1. mérés							5mm-es akadály, 2. vesszős mérés						
idő (s)	1-es örvény koordinátái			2-es örvény koordinátái			idő (s)	1-es örvény koordinátái			2-es örvény koordinátái		
	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)		x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)
0	34,82	-23,9	0	65,83	-23,42	0	0	36,08	-24,21	0	63,3	-25	0
0,001	32,44	-23,74	2,385372	64,73	-23,9	1,200167	0,001	34,34	-24,37	1,747341	60,77	-24,85	2,534443
0,002	30,86	-23,74	3,963231	63,3	-23,9	2,575131	0,002	32,92	-24,37	3,164048	59,98	-24,37	3,379245
0,003	30,38	-23,9	4,44	61,72	-24,21	4,185236	0,003	32,6	-24,53	3,494682	58,24	-25,32	5,070108
0,004	29,44	-24,21	5,388924	60,61	-23,58	5,222452	0,004	30,07	-25,16	6,08462	56,02	-25,32	7,28703
0,005	27,54	-23,9	7,28	58,87	-24,21	7,004691	0,005	28,96	-25,32	7,206004	55,23	-25,32	8,076342
0,006	26,59	-22,79	8,304517	58,87	-24,05	6,988455	0,007	27,85	-25,16	8,284648	52,07	-25,16	11,23114
0,007	26,43	-23,42	8,403719	57,29	-24,37	8,592677	0,008	26,27	-25,64	9,913677	49,69	-25,48	13,61846
0,008	24,21	-22,95	10,65245	54,91	-24,37	10,96125	0,009	23,58	-25,32	12,54919	47,32	-25,16	15,9808
0,01	21,84	-23,26	12,99577	49,22	-24,37	16,63715	0,01	21,68	-28,33	14,9778	47,16	-25,16	16,14079
0,011	20,73	-23,11	14,11213	50,01	-25	15,8987	0,011	19,94	-28,49	16,69784	45,74	-25	17,56
0,012	19,31	-23,42	15,51743	47	-24,21	18,84656	0,012	17,72	-28,49	18,85227	43,36	-25,32	19,94257
0,013	17,09	-23,26	17,74155	44,15	-24,37	21,7008	0,013	16,46	-28,8	20,14975	42,1	-24,69	21,20227
0,014	18,04	-23,26	16,7922	43,52	-24,85	22,35578	0,014	14,88	-28,96	21,72562	40,67	-25	22,63
0,015	14,24	-23,74	20,58062	40,04	-24,37	25,80749	0,015	13,29	-27,22	22,98791	37,82	-25,48	25,48452
0,016	13,14	-24,05	21,68052	40,83	-24,69	25,03224	0,017	10,44	-25,48	25,67143	34,66	-25,32	28,64179
0,017	11,24	-24,21	23,58204	38,14	-25,32	27,75511	0,018	10,29	-25,32	25,81388	34,02	-25,48	29,28393
0,018	10,92	-24,37	23,90462	37,82	-25	28,05453	0,019	9,179	-25,32	26,92389	32,44	-25,48	30,86373
							0,02	8,546	-25,32	27,55637	30,54	-25,32	32,76156
							0,021	6,172	-25,32	29,92859	29,28	-25,32	34,0215
							0,022	4,906	-25,32	31,19376	26,43	-25,32	36,87139
							0,023	4,589	-25,16	31,50533	25,64	-25,95	37,67198
							0,024	3,165	-25	32,92448	23,42	-26,27	39,90022

A mérési eredményeket ezúttal is ábráztuk grafikusan:

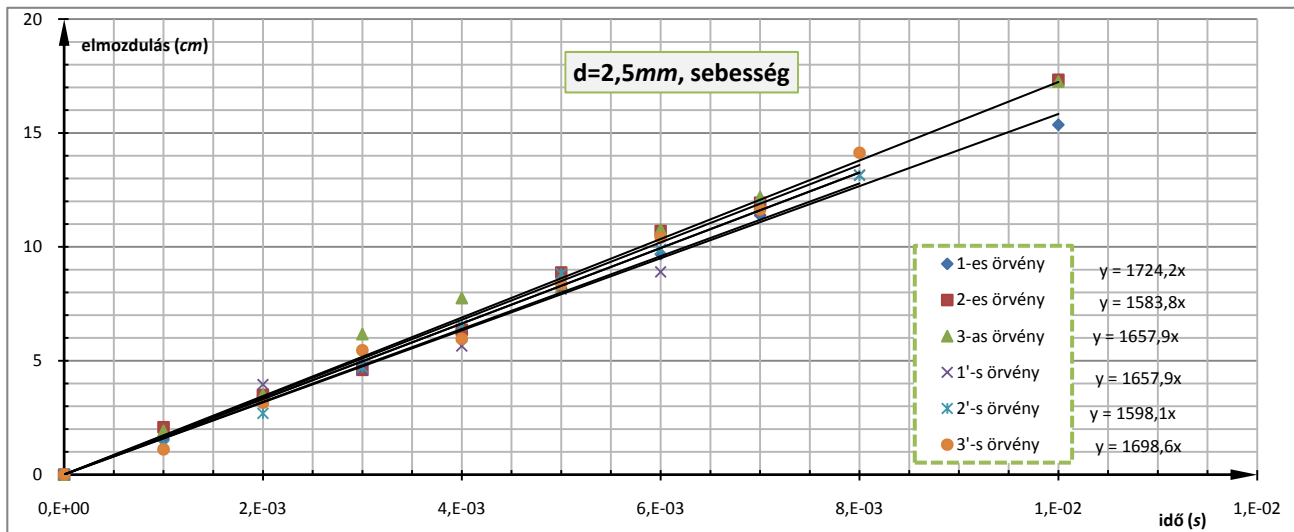


Az illesztett egyenesekből  $\langle v_{5mm} \rangle = (1,50 \pm 0,15) m / s$ .

idő	1-es örvény koordinátái			2-es örvény koordinátái			3-es örvény koordinátái			2,5mm-es akadály, 1. mérés
	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	
0	-3,798	-6,647	0	1,108	-4,748	0	7,754	-6,014	0	
0,001	-4,906	-7,754	1,566242	-0,9495	-5,064	2,081625	5,855	-5,697	1,925277	
0,002	-7,121	-7,596	3,455854	-2,374	-5,064	3,496309	4,273	-5,539	3,513259	
0,003	-8,546	-7,438	4,813438	-3,482	-5,064	4,600865	1,583	-6,014	6,171	
0,004	-9,812	-8,229	6,218595	-5,222	-5,381	6,361571	0	-6,014	7,754	
0,005	-11,71	-8,704	8,175023	-7,596	-6,488	8,876216	-0,4748	-6,647	8,253111	
0,006	-13,29	-8,546	9,680096	-9,495	-6,172	10,6982	-3,007	-6,488	10,77143	
0,007	-15,03	-8,546	11,3914	-10,76	-6,014	11,93533	-4,431	-6,488	12,19422	
0,01	-18,83	-9,812	15,36158	-16,14	-6,488	17,33554	-9,495	-6,647	17,26061	

idő	1-es örvény koordinátái			2-es örvény koordinátái			3-es örvény koordinátái			2,5mm-es akadály, 2. vésztes
	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	
0	-9,653	-8,546	0	-4,431	-6,33	0	2,849	-5,855	0	
0,001	-10,92	-8,387	1,276938	-5,697	-6,172	1,275821	1,741	-5,855	1,108	
0,002	-13,61	-8,546	3,957	-7,121	-6,33	2,69	-0,1583	-6,805	3,153784	
0,003	-14,24	-8,862	4,597872	-9,02	-7,438	4,720867	-2,374	-7,438	5,45762	
0,004	-15,19	-9,653	5,646576	-10,92	-7,28	6,558172	-2,69	-8,071	5,965834	
0,005	-17,72	-9,653	8,1426	-13,14	-7,754	8,824651	-5,381	-7,438	8,380858	
0,006	-18,52	-9,337	8,902212	-14,24	-7,596	9,890361	-7,28	-8,229	10,40349	
0,007	-21,21	-9,337	11,58404	-16,14	-7,754	11,79527	-8,704	-7,28	11,64055	
0,008	-22,79	-9,179	13,15224	-17,41	-8,387	13,14099	-11,24	-6,963	14,1325	

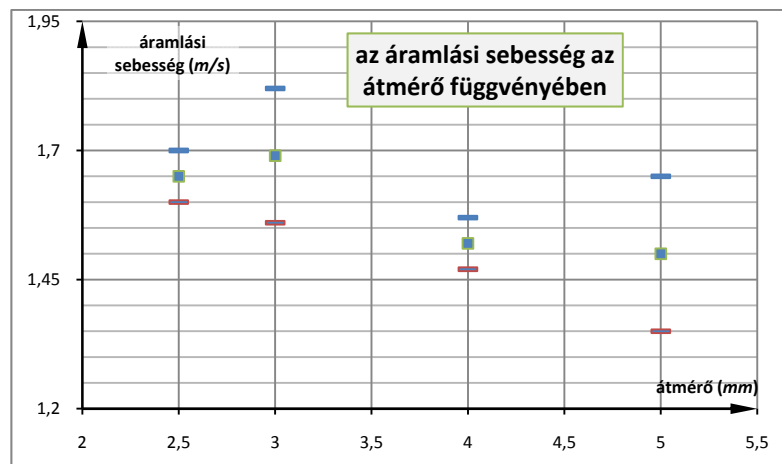
A mérési eredményeket grafikusan szemléltetve:



A mérésekből:  $\langle v_{2,5mm} \rangle = (1,65 \pm 0,05) m / s$ .

- **A leválási frekvencia mérése**

Feltételezve, hogy a levált örvények a szűk vizsgálódási tartományon belül azonos gyakorisággal érkeznek, az „örvényszám-megmaradást” kihasználva könnyen meg lehet mérni a leválási frekvenciát. Ugyanis egy adott helyet figyelve, az idő tengelyén megjelöljük azokat a pontokat, amikor örvény halad el a vizsgált pont előtt. Vizsgálva két ilyen esemény közt eltelt időt, annak reciproka a leválási frekvencia. A sebességmérésnél használt átmérőjű akadályokkal vizsgáltunk ebben az esetben is.



Naiv dolog volna feltételezni, hogy a kamera időfelbontása messze felülmúlja a térbeli felbontóképességet (ez nem is volna cél a gyártók részéről), ezért a pontos időkülönbségek mérésénél valójában nem pont ugyan azon pont előtt elhaladó örvényeket kell nézni, hanem csak hozzávetőleg: a vizsgált ponttól való távolságból és az örvény haladási sebességéből pedig jó közelítéssel meg lehet határozni, hogy mikor érne egzaktul (a mérési pontosságokhoz mérten) a vizsgált pontba az örvény. Egyszerűbb megoldás viszont, mely a végeredmény átlagát nem is befolyásolja, ha ezt nem vesszük figyelembe, és úgy vesszük, hogy akkor van pontosan a vizsgált pontban az örvény, amikor legközelebb van hozzá valamelyik felvételen. Az ebből a mérésekből adódó szórás lehetőségét ad a hiba becslésére.

1-1 átmérő mellett 2-3 független mérést végeztünk. A mérési eredményeket az alábbi táblázat tartalmazza:

d=3mm				d=4mm				d=5mm				d=2,5mm					
időp (ms)	$\Delta t$ (s)	időp (ms)	$\Delta t$ (s)	időp (ms)	$\Delta t$ (s)	időp. (ms)	$\Delta t$ (s)	időp (ms)	$\Delta t$ (s)	időp. (ms)	$\Delta t$ (s)	időp. (ms)	$\Delta t$ (s)	időp. (ms)	$\Delta t$ (s)		
251		960		899		1215		-49		742		22		1065		1243	
261	10	949	11	910	11	1229	14	-31	18	723	19	40	18	1058	7	1234	9
270	9	940	9	924	14	1241	12	-15	16	704	19	57	17	1051	7	1226	8
280	10	930	10	939	15	1255	14	2	17	688	16	77	20	1043	8	1220	6
291	11	920	10	954	15	1270	15	22	20	670	18	95	18	1036	7	1212	8
299	8	911	9	974	20	1286	16	40	18	654	16	112	17	1026	10	1205	7
308	9	903	7	986	12	1299	13	57	17	638	16	133	21	1014	12	1196	9
317	9	894	10			1316	17	77	20			153	20	1004	10	1189	7
328	11	885	9					94	17			170	17				
338	10							112	18			186	16				
347	9							133	21			201	15				
355	8							153	20								
átlag (s)	9,42			14,46				17,96				8,21					
szórás (s)	0,96			2,34				1,51				1,98					

A táblázatból leolvasható, ha hibának a szórást vesszük, akkor várható érték

$$\langle T_{d=3mm} \rangle = (9,42 \pm 0,96)s \Rightarrow \langle f_{d=3mm} \rangle = (0,106 \pm 0,01) / s,$$

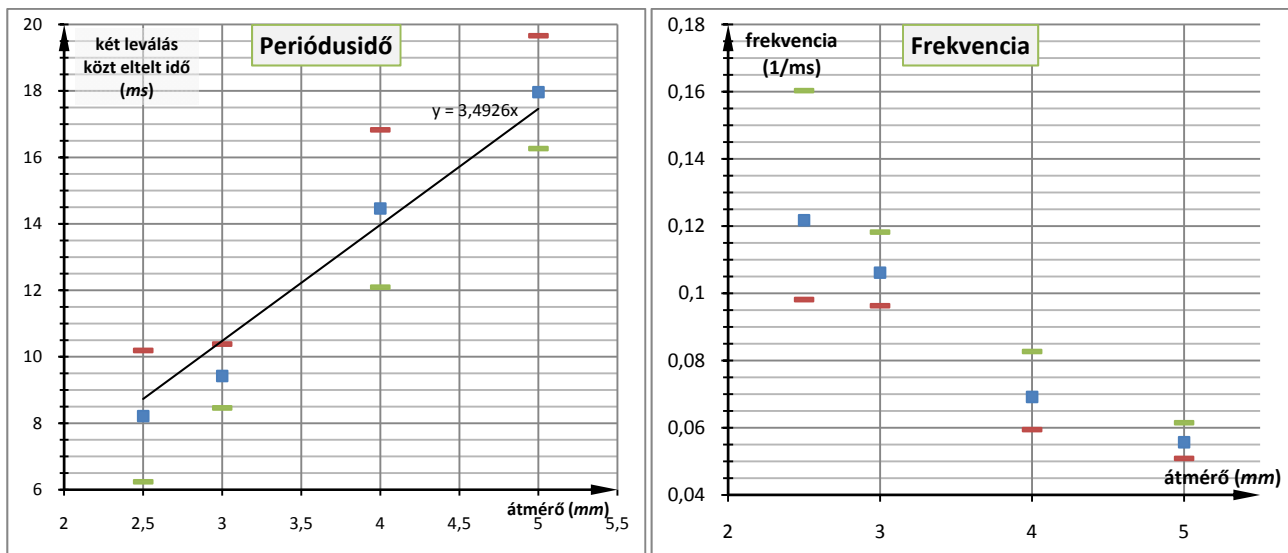
$$\langle T_{d=4mm} \rangle = (14,46 \pm 2,34)s \Rightarrow \langle f_{d=4mm} \rangle = (0,069 \pm 0,009) / s,$$

$$\langle T_{d=5mm} \rangle = (17,96 \pm 1,51)s \Rightarrow \langle f_{d=5mm} \rangle = (0,0557 \pm 0,004) / s,$$

$$\langle T_{d=2,5mm} \rangle = (8,21 \pm 1,98)s \Rightarrow \langle f_{d=2,5mm} \rangle = (0,121 \pm 0,02) / s.$$

Sajnálatos módon látható, hogy a relatív hiba bőven meghaladhatja a 10%-ot is, így a hibaterjedés képletei nem lesznek érvényesek (ott ugyanis a kis hibák miatt a linearitást feltételeztük).

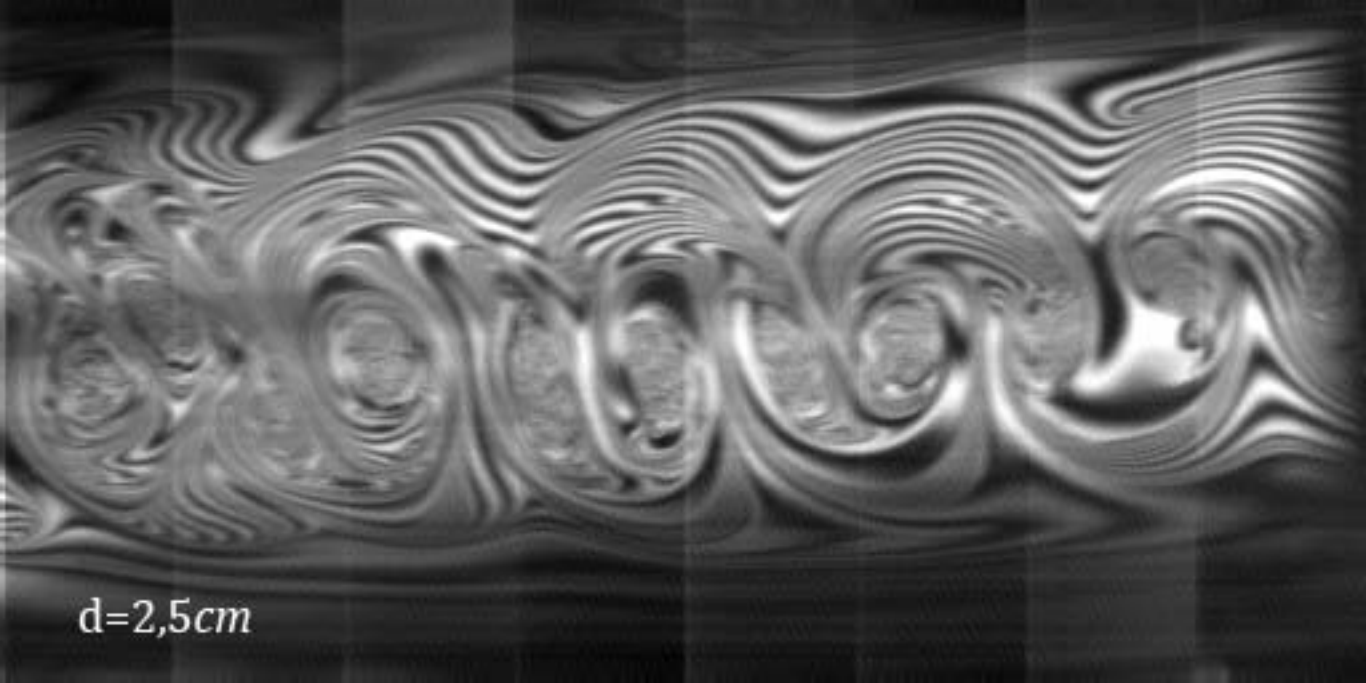
A mérési eredményeket grafikonon is ábrázoltam:



A mérési eredményekre egyenest illesztettem, noha nem nagy dicsőség ezt 4 pontra megtenni. Szintűgy feltüntettem a frekvenciát.

A dokumentum végéhez csatolom a mérés során a 3mm-es örvényútnál illetve a kalibráláshoz használt fényképeket. A fényképek nagyítási mértékei megegyeznek.





$d=2,5cm$